

Математика бөлімі
Триеста көшесі, 63-35121 Падуя (Италия)

Падуя Университеті

Профессор Массимо Ланца де Кристофорис
телефон: + 39-049-8271372 - факс: + 39-049-8271204
электрондық почта: mldc@math.unipd.it

**Жанар Кеулимжаеваның
«Мультисалмақты туындылы қеңістіктерді енгізу және олардың
қолданыстары» атты диссертациялық жұмысына
ПКР**

Функционалдық қеңістікті талдау әсіресе математиканың дифференциалдық және интегралдық теңдеулер сияқты бірнеше салаларында өзекті болып табылады. Функционалдық қеңістіктерді зерттеуде мына мәселелер өте маңызды: енгізу теоремалары, әртүрлі метрикадағы тіке және кері енгізу теоремасы, функцияларды жуықтау мәселесі және сол сияқты.

Бұл тұрғыда әдебиеттер өте ауқымды, мұнда тек зерттеліп жатқан диссертациялық жұмыстың тақырыбына байланысты математиктерді атап кетейік. Атап айтқанда, Т.И. Аманов, О.В. Бесов, В.И. Буренков, В.П. Ильин, Л.Д. Кудрявцев, П. И. Лизоркин, В.Г. Мазя, С.М. Никольский, Е.Д. Нурсултанов, М. Отелбаев, Х. Трибель және т.б.

Функционалдық қеңістіктердің ішінде салмақты функционалдық қеңістіктер әр түрлі сингулярлық шекаралық есептерді талдау үшін қолайлы болып табылады. Қарастырылып отырған диссертация дифференциалдау реті әр түрлі кейбір салмақтары бір – бірінен өзгеше болған функционалдық қеңістіктерге арналған. Жанар Кеулимжаева өзінің диссертациялық жұмысында қарастырып отырған аймак, жарты өс болғанда, ал салмақтар интервалдың шеткі нүктелерінде 0 мен $+\infty$ -те азғындалған жағдайда функцияның шекара маңайындағы өзгеру құбылысын зерттеген.

Диссертация үш бөлімнен тұрады.

Бірінші бөлімде Л.Д. Кудрявцевтің идеяларына сүйене отырып, 0 және $+\infty$ -те функция мен оның мультисалмақты туындыларының шекаралық мәндерін келесідей түсіндіруге болады. n -ретті мультисалмақты туындылары нөлге айналатын, сзықты тәуелсіз функциялар жүйесінен құрылған көпмүшелікті қарастырамыз. Егер осы көпмүшелік пен қарастырылатын қеңістіктердің функция айырмасының барлық ретті мультисалмақты туындыларының шегі, аргумент нөлге немесе шексіздікке ұмтылғанда нөлге жинақталса, онда функция нөлде немесе шексіздікте көпмүшелікке шыгады (тұрақталады) деп айттылады. Енді, егер мультисалмақты туындылы қеңістіктердің функция нөлде немесе шексіздікте көпмүшеге шықса (тұрақталса), онда бұл көпмүшеліктің коэффициенттері функцияның нөлдегі немесе шексіздіктері «шекаралық» мәндері болып саналады.

Бұл бөлімде докторант қеңістіктің әрбір функциясы жалғыз көпмүшелікке шыгуының (тұрақталуының) мультисалмақтар терминінде қажетті және жеткілікті шарттарын алған және де көпмүшелікке шыгу жылдамдығын бағалаған. Эрі қарай, сингулярлық нүктелердегі шекаралық мәндері қолданылып, қеңістікте нормасына эквивалентті функционалдар орнатылған.

Докторант екінші бөлімде мультисалмақты туындылы қеңістіктердің арасындағы үзіліссіз және компактылы енүінің қажетті және жеткілікті шарттарын алынған және функциялардың аралық мультисалмақты туындылары салмакпен бағаланған. Сонымен

катараптант Никольский-Лизоркин-Кудряцев типті теңсіздігі орындалатын шарттарды дәлелдеген.

Ақырлы аралықтағы Никольский-Лизоркин теңсіздігі мен шенелмеген аралықтағы Кудрявцев теңсіздігі азғындалған эллиптикалық теңдеулер үшін шекаралық есептерді қою мәселелерінде маңызды рөл атқарады.

Дифференциалданатын функциялардың салмақты кеңістіктеріндегі финитті функциялар жиынының тұйықталуын сипаттау, салмақты функциялардың сингулярлық деңгейіне байланысты облыс шекарасы маңайындағы функциялардың өзгеру құбылысын сипаттайтын маңызды мәселе болып табылады және алғынған нәтижелер дифференциалдық теңдеулер үшін шекаралық есептерді қою мәселелерін шешуге көмектеседі.

Докторант үшінші бөлімде мультисалмақты туындылы кеңістіктегі финитті функциялар жиынының тұйықтамасын сипаттаған және финитті функциялар жиынының мультисалмақты туындылы кеңістікте тығыздығының қажетті және жеткілікті шарттары алғынған. Егер финитті функциялар жиыны тығыз болмаған жағдайда, олардың толықтамасы өрнектеліп, кеңістіктер сейкес жиынның тұйықтамасы мен оның толықтамасының тіке қосындысы екені көрсетілген.

Диссертацияның негізгі нәтижелері бойынша 10 жұмыс жарияланған: 5 журнал мақаласы (2 макала Scopus базасына енетін басылымда; 3 макала ҚР БФМ БГСБК ұсынған журналдарда); 5 тезис халықаралық ғылыми конференция материалдарында жарияланған.

Докторант Жанар Кеулимжаеваның «Мультисалмақты туындылы кеңістіктерді енгізу және олардың қолданыстары» атты диссертациялық жұмысы бойынша алған нәтижелерінің ғылыми маңыздылығы мен жаңашылдығы философия докторы (PhD) дәрежесін беру ережелерінің талаптарын толық қанағаттанғырады және автор «6D060100-Математика» мамандығы бойынша философия докторы (PhD) дәрежесін алуға лайыкты деп есептеймін.

Падова, 15 маусым, 2021 жыл

Массимо Ланца де Кристофорис



Review of the PhD dissertation
"Embeddings of spaces with multiweighted derivatives and their applications"
by Zhanar Keulimzhayeva

The analysis of function spaces is particularly relevant in several areas of Mathematics such as differential and integral equations. Particularly important are issues such as embedding theorems, direct and inverse trace theorems and the problem of approximation of functions.

The literature in this sense is vast, here we only mention some of the major contributors whose work is related to that of the dissertation under review. Namely, T.I. Amanov, O.V. Besov, V.I. Burenkov, V.P. Iljin, L.D. Kudryavtsev, P.I. Lizorkin, V.G. Mazya, S.M. Nikolskii, E.D. Nursultanov, M. Otelbaev, H. Tribel, etc.

Among function spaces, the weighted function spaces turn out to be suitable for the analysis of boundary value problems with various types of singularities. The dissertation under review is focused on function spaces with different weights for different orders of differentiation. In her dissertation, the candidate Zhanar Keulimzhayeva has analyzed the boundary behavior of a function in case the domain is a real semi-axis and the weights can degenerate to 0 at the endpoints 0 and $+\infty$.

The dissertation consists of three chapters.

In the first chapter, following the ideas of L.D. Kudryavtsev, one can interpret the boundary values of a function and of its derivatives at the endpoints 0 and $+\infty$ as follows. One considers a polynomial in a number of linearly independent functions, whose multiweighted derivatives of the n-th order vanish.

If all multiweighted derivatives of the difference of this polynomial and a function from the space tend to zero when the argument tends to zero or infinity, then the function is said to stabilize to the polynomial at zero or at infinity.

Now, if a function from the space of multiweighted derivatives stabilizes to a polynomial at zero or at infinity, then the coefficients of this polynomial are considered to be the "boundary" values of the function at zero or at infinity, respectively.

In this chapter, the candidate proves necessary and sufficient conditions for weight functions in order that each function of the space is stabilized to some unique polynomial, and provides estimates for the rate of stabilization to a polynomial.

Next, the candidate introduces functionals that depend on the boundary values at the singular points and that are equivalent to the norm of the space.

In the second chapter, the candidate proves a weighted estimate for the intermediate multiweighted derivatives and necessary and sufficient conditions for weight functions so that continuous and compact embeddings between spaces of multiweighted derivatives hold.

The candidate also proves conditions on the weight functions in order that an inequality of the Nikol'skii-Lizorkin-Kudryavtsev type is valid.

Note that the Nikol'skii-Lizorkin inequality on a bounded interval and the Kudryavtsev inequality on an unbounded interval have played an extensive role in the formulation of boundary value problems for degenerate elliptic equations.

Descriptions of the closure of a set of bounded functions in a weighted space of differentiable functions is

an important problem that enables to understand the behavior of a function near the boundary of the domain depending on the singularity type of the weight functions and the results obtained in the dissertation help to formulate boundary value problems for degenerate differential equations.

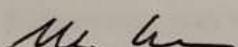
In the third chapter, the candidate describes the closure of a set of bounded functions in a domain in the space of multiweighted derivatives and proves necessary and sufficient conditions for the weight functions in order that the set of compactly supported functions is dense in the space with multiweighted derivatives.

If the set of bounded functions is not dense in the space, then the whole space is represented as a direct sum of the closure of the set of bounded functions in the domain and of its complement.

The results of this dissertation have resulted into the publication of ten papers: five journal articles (two in a Scopus indexed journal and three in journals that are recommended by the Committee for Control in Education and Science of the Ministry of Education and Science of the Republic of Kazakhstan), and five in proceedings of international scientific conferences.

I believe that the scientific relevance and novelty of the results obtained by the candidate Zhanar Keulimzhayeva on the theme "Embeddings of spaces with multiweighted derivatives and their applications" in her dissertation satisfy all the requirements of PhD dissertations presented to the Doctoral degree and that the author deserves to be awarded the title of Doctor of Philosophy (PhD) in the specialty "6D060100-Mathematics".

Padova, 15 June, 2021



Massimo Lanza de Cristoforis

Удостоверительная надпись о засвидетельствовании подлинности переводчика

Осы құжатты ағылшын тілінен қазақ тіліне аударған Баймен Мөлдір Мұсақызы /перевод документа с английского языка на казахский язык выполнен переводчиком Баймен Мөлдір Мұсақызы.

Аудармашының қолы/Подпись переводчика

Баймен Мөлдір Мұсақызы

2021 жылы 27 тамыз. Нұр-Сұлтан қаласы. Мен, Даuletкулова Мадина Слямовна, Нұр-Сұлтан қаласының нотариусы (2010 жылғы 15 қаңтарда Қазақстан Республикасы Әділет Министрлігінің тіркеу қызметі және құқықтық көмек көрсету Комитеті тараپынан 15.01.2010 жылы берілген № 0002841 мемлекеттік лицензия), осы көшірме құжаттың төлнұсқасымен дұрыстығын куәландырдым. Соңғысында тазартылып өшірілген, қосылып жазылған, сзыылған сөздер және өзге де келісілмеген түзетулер немесе қандай да бір ерекшеліктер болған жоқ. Маган белгілі аудармашы Баймен Мөлдір Мұсақызы қолының түпнұсқалығын куәландырдым. Құжатқа қол қоюшының жеке басы анықталды, әрекет қабілеттілігі және оның өкілеттілігі тексерілді.

27 августа 2021 года, город Нур-Султан Я, Даuletкулова Мадина Слямовна, нотариус города Нур-Султан, государственная лицензия № 0002841, выдана Комитетом регистрационной службы и оказания правовой помощи Министерства Юстиции Республики Казахстан 15 января 2010 года, свидетельствую верность этой копии с подлинником документа. В последнем подчисток, приписок, зачеркнутых слов и иных неоговоренных исправлений или каких-либо особенностей не оказалось. При этом свидетельствую подлинность подписи, сделанной известным мне переводчиком Баймен Мөлдір Мұсақызы. Личность ее установлена, дееспособность и полномочия проверены.

№6809 тізілімге тіркелді/Зарегистрировано в реестре за №6809

Төленды584/1547тенге/Оплачено584/1547тенге

Нотариус Даuletкулова М.С.

